

7.2 Lineární funkce

Lineární funkce je každá funkce, která jde zapsat ve tvaru $y = ax + b$, kde $a, b \in \mathbb{R}$.

Grafem lineární funkce je přímka.

$$f: y = 2x - 3$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-5	-3	-1	1

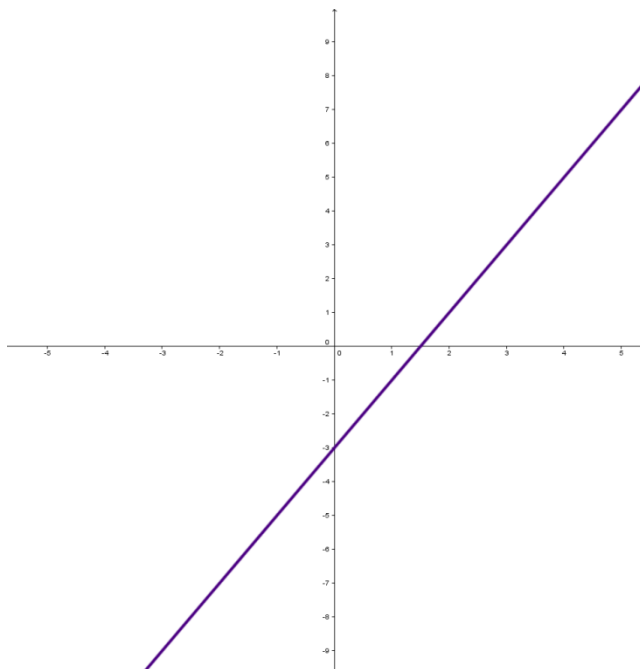
$$f(-2): y = 2 \cdot (-2) - 3 = -7$$

$$f(-1): y = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$$

$$f(0): y = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1): y = 2 \cdot 1 - 3 = -1$$

$$f(2): y = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$



Př.: Nakresli grafy funkcí

a) $f: y = x + 2, g: y = 3x + 2$

$f: y = ax + b$ – koeficient **a** ovlivňuje „šikmost“ přímky (určuje směr)

b) $h: y = 5x - 1, k: y = 5x + 2$

$f: y = ax + b$ – koeficient **b** určuje průsečík s osou y (určuje posunutí)

c) $u: y = x, v: y = 4x$

Speciální případ lineární funkce:

$f: y = ax$ – přímá úměrnost (graf prochází počátkem $[0;0]$)

d) $k: y = 2, m: y = -1$

$f: y = b$ – konstantní funkce (graf je vodorovná přímka)

Př.: Najdi předpis lineární funkce f , která prochází body:

a) $A[1; 1], B[3; -2]$

$$f: y = ax + b$$

$$A \in f: 1 = a \cdot 1 + b$$

$$\underline{B \in f: -2 = a \cdot 3 + b}$$

$$1 = a + b$$

$$\underline{-2 = 3a + b} \quad / \cdot (-1)$$

$$1 = a + b$$

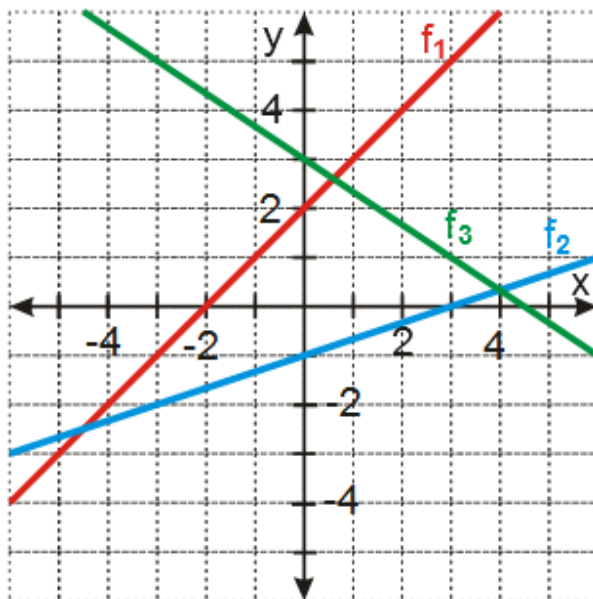
$$\underline{2 = -3a - b}$$

$$3 = -2a$$

$$a = -\frac{3}{2} \quad b = 1 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2} \quad f: y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

b) $K[3; 6], L[2; 4] \quad [f: y = 2x]$

Př.: Najdi předpis lineární funkce, která je určena grafem



a) $f_1: A[0; 2], B[-2; 0]:$

$$f_1: y = ax + b$$

$$A \in f_1: 2 = 0 \cdot a + b$$

$$\underline{B \in f_1: 0 = -2a + b} \quad a = -1, b = 2$$

$$f_1: y = -x + 2$$

b) $[f_2: y = \frac{1}{3}x - 1]$

c) $[f_3: y = -\frac{2}{3}x + 3]$

Př.: Urči, které z bodů $A[0; 2], B[1; -3], C\left[\frac{1}{2}; -3\right]$ a $D[-1; 0]$ leží na grafu funkce $f: y = -10x + 2$.

– dosadíme souřadnice bodů do předpisu funkce: $A \in f: 2 = -10 \cdot 0 + 2$

$$2 = 2 \quad \underline{A \in f}$$

– $[A \in f, B \notin f, C \in f \text{ a } D \notin f]$

Př.: Urči chybějící souřadnici bodu, který leží na grafu funkce:

a) $A[?; 10] f: y = 3x + 4$

– dosadíme bod A do předpisu funkce: $A \in f: 10 = 3x + 4 \quad \underline{x = 2}$

b) $B[-2; ?] g: y = -8x + 2 \quad \underline{[y = 18]}$

Př.: Urči společný bod (průsečík) funkcí f a g , které jsou dány předpisy:

a) $f: y = -5x + 1$ a $g: y = x - 5$

– řešíme soustavu dvou rovnic:

$$y = -5x + 1 \quad / \cdot (-1)$$

$$\underline{y = x - 5}$$

$$0 = 6x - 6 \quad x = 1, y = -4 \quad \underline{P[1; -4]}$$

b) $f: y = \frac{x}{2} - 3$ a $g: y = 3x + 1 \quad [P\left[-\frac{8}{5}; -\frac{19}{5}\right]]$

Př.: Urči průsečíky funkce f se souřadnicovými osami:

a) $f: y = \frac{5}{3}x + 10$

– průsečíky s osami mají vždy jednu souřadnici rovnou nule

$$P_x[x; 0] \quad \text{a} \quad P_y[0; y]$$

$$P_x[x; 0]: y = \frac{5}{3}x + 10 \rightarrow 0 = \frac{5}{3}x + 10 \rightarrow x = -6 \quad P_x[-6; 0]$$

$$P_y[0; y]: y = \frac{5}{3}x + 10 \rightarrow y = \frac{5}{3} \cdot 0 + 10 \rightarrow y = 10 \quad P_y[0; 10]$$

b) $f: y = -8x + 2 \quad [P_x\left[\frac{1}{4}; 0\right]; P_y[0; 2]]$

Př.: Řeš soustavu rovnic graficky:

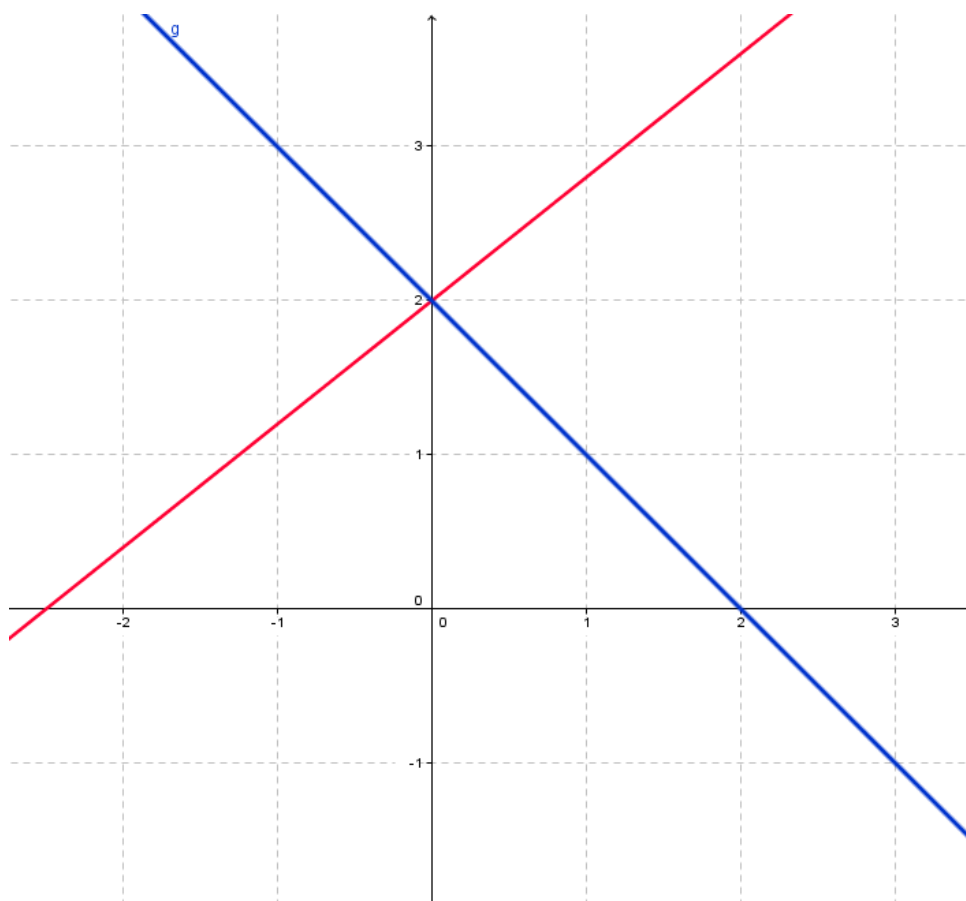
a) $4x - 5y + 10 = 0$

$$x + y = 2$$

– vyjádříme z rovnic y (předpis rovnice): $f_1: y = \frac{4}{5}x + 2$

$$f_2: y = -x + 2$$

– narýsujeme grafy obou funkcí: řešením soustavy rovnic je společný bod (průsečík)



$P[0; 2]$

b) $3x + y = 9$

$x + 2y = -2$ $[P[4; -3]]$

c) $2x + 4y = 5$

$12 - 6y = 3x$ $[P \text{ neexistuje}]$