

3.5 Základní goniometrické rovnice

Goniometrická rovnice v základním tvaru je každá rovnice, která lze zapsat ve tvaru:

$$\sin x = a; \cos x = a; \operatorname{tg} x = a; \operatorname{cotg} x = a$$

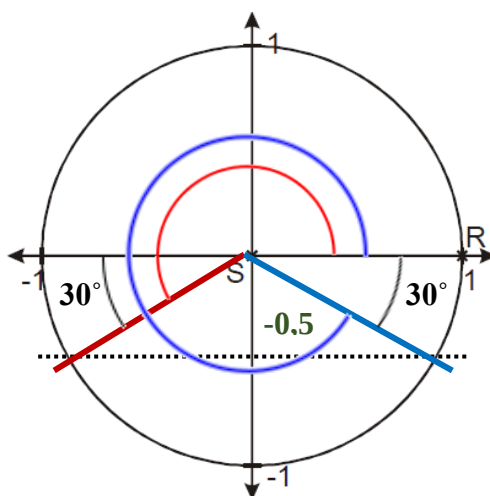
Základním řešením goniometrické rovnice je množina všech kořenů z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$.

Vyřeš rovnici v R :

$$\sin x = -0,5$$

Postup:

1. Zakreslíme jednotkovou kružnici a vyznačíme na příslušné ose hodnotu z pravé strany rovnice
2. Z dané hodnoty vedeme kolmici na osu, která protne jednotkovou kružnici
3. V průsečících kolmice s jednotkovou kružnicí jsou koncové body ramen úhlů, které řeší danou rovnici
4. Zapišeme základní řešení rovnice a přidáme ke každému úhlu příslušnou periodu (π nebo 2π).



Základní řešení:

$$x_1 = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$$

$$x_2 = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$

Množina všech kořenů (přidáme periodu):

$$\underline{\underline{x_1 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ; \quad x_2 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ}}$$

Př.: Vyřeř rovnice v R

a) $\cos x = -\frac{1}{2}$ $[x_1 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ; x_2 = 240^\circ + k \cdot 360^\circ]$

b) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $[x_1 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ; x_2 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ]$

c) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $[x_1 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ; x_2 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ]$

d) $\sin x = 3$ $[nemá řeření]$

e) $\cos x = -1$ $[x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ]$

f) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $[x = 30^\circ + k \cdot 180^\circ]$

g) $\operatorname{cotg} x = -1$ $[x_1 = 135^\circ + k \cdot 180^\circ]$

h) $\sin(2x) = 0,5$ $[x_1 = 15^\circ + k \cdot 180^\circ; x_2 = 75^\circ + k \cdot 180^\circ]$

i) $2\cos(x - 30^\circ) = 1$ $[x_1 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ; x_2 = 300^\circ + k \cdot 360^\circ]$