

3.4 Aritmetická posloupnost

Př. A: Ve skladu je 150 pytlů hladké mouky. Každou hodinu automatická linka naplní a dopraví do skladu dalších 25 pytlů této mouky. Směna trvá 8 hodin. Kolik pytlů bude ve skladu po jedné směně?

po 0 hodinách (začátek směny)... $a_1 = 150$ pytlů

po 1 hodině... $a_2 = 150 + 1 \cdot 25 = 175$ pytlů

po 2 hodinách... $a_3 = 150 + 2 \cdot 25 = 200$ pytlů

po 3 hodinách... $a_4 = 150 + 3 \cdot 25 = 225$ pytlů

po 4 hodinách... $a_5 = 150 + 4 \cdot 25 = 250$ pytlů

po 8 hodinách... $a_9 = 150 + 8 \cdot 25 = 550$ pytlů

Př. B: V zemské troposféře s rostoucí výškou klesá teplota vzduchu. Při hladině moře je teplota 25°C . Vzrůst nadmořské výšky o 1 km znamená pokles teploty o $6,5^\circ\text{C}$. Jaká je teplota v nadmořské výšce 8 km?

v 0 km nm (hladina moře)... $a_1 = 25^\circ\text{C}$

v 1 km nm... $a_2 = 25 - 1 \cdot 6,5 = 18,5^\circ\text{C}$

ve 2 km nm... $a_3 = 25 - 2 \cdot 6,5 = 12^\circ\text{C}$

ve 3 km nm... $a_4 = 25 - 3 \cdot 6,5 = 5,5^\circ\text{C}$

ve 4 km nm... $a_5 = 25 - 4 \cdot 6,5 = -1^\circ\text{C}$

v 8 km nm... $a_9 = 25 - 8 \cdot 6,5 = -27^\circ\text{C}$

Jaká je společná vlastnost obou posloupností?

– rozdíl mezi dvěma sousedními členy je stále stejný (konstantní)

– sousední členy se liší o stejnou hodnotu

Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ se nazývá aritmetická, právě když existuje takové číslo d , že pro každé přirozené číslo n platí $a_{n+1} = a_n + d$.

Číslo d se nazývá diference posloupnosti: $d = a_{n+1} - a_n$

Př. 1: Je dána aritmetická posloupnost, urči údaje dle zadání:

- a) $3; 6; 9; 12; 15 \dots$ $d = ?$ $[d = 3]$
- b) $a_1 = -5; d = 2$ $a_4 = ?$ $[a_4 = 1]$
- c) $a_1 = 6; d = -3$ $a_3 = ?$ $[a_3 = 0]$
- d) $a_5 = 15; d = 1,5$ $a_1 = ?$ $[a_1 = 9]$
- e) $a_1 = 2; d = 4$ $a_{10} = ?$ $[a_{10} = 38]$

Vzorec pro určení n-tého členu pomocí a_1 : $a_n = a_1 + (n - 1)d$

Př. 2: Urči v aritmetické posloupnosti údaj dle zadání:

- a) $a_1 = 0; d = -3$ $a_{20} = ?$ $[a_{20} = -57]$
- b) $a_{40} = 11; d = -1$ $a_1 = ?$ $[a_1 = 50]$
- c) $a_1 = 18; a_{31} = 3$ $d = ?$ $\left[d = -\frac{1}{2}\right]$
- d) $a_{16} = 34; d = 2$ $a_5 = ?$ $[a_5 = 12]$

Vzorec pro určení s-tého členu pomocí a_r : $a_s = a_r + (s - r)d$

Př. 3: Urči v aritmetické posloupnosti údaj dle zadání:

- a) $a_{18} = 4; d = \frac{1}{4}$ $a_6 = ?$ $[a_6 = 1]$
- b) $a_{20} = 7; a_{42} = -37$ $d = ?$ $[d = -2]$

Př. 4: V aritmetické posloupnosti je $a_1 = 2; d = 5$. Který člen posloupnosti je roven číslu 77?
 $[a_{16}]$

Př. 5: V aritmetické posloupnosti je dáno $a_4 = 6$ a $a_{11} = 34$. Urči d , a_1 a a_8 .
 $[d = 4; a_1 = -6; a_8 = 22]$

Př. 6: Urči první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, kde je dáno:

- a) $a_1 + a_3 = 2; a_2 + a_7 = -8$ $[a_1 = 3; d = -2]$
- b) $2a_2 - a_3 = 20; a_4 - 5a_1 = -95$ $[a_1 = 20; d = -5]$

Př.: Sbírka str. 277/14-20