

Logaritmy

2. Určete: a) $\log_2 2^5$ b) $\log_3 27$ c) $\log_{10} 10^{-2}$ d) $\log_{10} 0,01$
 e) $\log_2 4^2$ f) $\log_3 27^{-1}$ g) $\log_5 25^4$ h) $\log_3 \frac{1}{3}$
 ch) $\log_2 \frac{1}{8}$ i) $\log_2 \frac{1}{16}$ j) $\log_{10} 1$ k) $\log_5 5$

3. Určete x, pro které platí: a) $\log_3 x = 4$ b) $\log_2 x = 5$
 c) $\log_3 x = -1$ d) $\log_5 x = 2$ e) $\log_3 x = -2$ f) $\log_4 x = \frac{1}{3}$
 g) $\log_5 x = -\frac{1}{2}$ h) $\log_4 x = 1$ ch) $\log_2 x = 0$

4. Pro jaký základ a platí: a) $\log_a 16 = 2$ b) $\log_a 27 = 3$
 c) $\log_a 3 = 1$ d) $\log_a 1\,000 = 3$ e) $\log_a \frac{1}{27} = -3$
 f) $\log_a \frac{1}{8} = 3$ g) $\log_a 0,01 = -2$ h) $\log_a 4 = -2$
 ch) $\log_a \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ i) $\log_a 3 = 3$ j) $\log_a 10 = 10$

5. Vypočítejte: a) $\log_2 16 + \log_4 \frac{1}{256} - \log_{10} 10$
 b) $\log_3 27 - \log_2 \frac{1}{8} + \log_5 25^{-1}$

6. Za předpokladu, že dané výrazy mají smysl, vyjádřete dané výrazy užitím logaritmů:

a) $\log \frac{x \cdot y^2}{3z}$ b) $\log \frac{5x^2 \cdot \sqrt{y}}{y^3}$ c) $\log \frac{(a+b)^2 \cdot c}{(3ab)^3}$ d) $\log \sqrt{\frac{xy^3}{4}}$

7. Určete x, je-li: a) $\log x = \frac{1}{2} \log a + 2 \log b$ d) $\log x = 2 \log (a+b) - 3 \log (a-b)$
 b) $\log x = 3 \log a - \frac{1}{3} \log b$ e) $\log x = \frac{1}{3} (\log a + \log b) - \frac{1}{2} \log c$
 c) $\log x = \frac{3}{4} \log a - \frac{1}{3} \log b$ f) $\log x = \frac{\log a + \log b}{3} - \frac{\log (a+b)}{2}$
 g) $\log x = \frac{1}{2} \left[\log 3 + \frac{1}{2} \left(\log 3 + \frac{1}{2} \log 3 \right) \right]$

Výsledky:

1. a) $5 = \log_2 32$

b) $7 = \log_3 2187$

c) $3 = \log_{10} 1000$

d) $-1 = \log_{10} 0,1$

e) $-1 = \log_4 \frac{1}{4}$

f) $-3 = \log_3 \frac{1}{27}$

g) $\frac{1}{2} = \log_4 2$

h) $\frac{1}{2} = \log_{100} 10$

ch) $-\frac{1}{2} = \log_9 \frac{1}{3}$

i) $-\frac{1}{4} = \log_{16} \frac{1}{2}$

j) $1 = \log_7 7$

2. a) 5

b) 3

c) -2

d) -2

e) 4

f) -3

g) 8

h) -1

ch) -3

i) -4

j) 0

k) 1

3. a) 81

b) 32

c) $\frac{1}{3}$

d) 25

e) $\frac{1}{9}$

f) $\sqrt[3]{4}$

g) $5^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

h) 4

ch) 1

4. a) 4

b) 3

c) 3

d) 10

e) 3

f) $\frac{1}{2}$

g) 10

h) $\frac{1}{2}$

ch) $\frac{1}{27}$

i) $\sqrt[3]{3}$

j) $\sqrt[10]{10}$

5. a) -1

b) 4

6. a) $\log x + 2 \log y - \log 3 - \log z$

b) $\log 5 + 2 \log x - 2,5 \log y$

c) $2 \log(a+b) + \log c - 3(\log 3 + \log a + \log b)$

d) $\frac{1}{2}(\log x + 3 \log y - \log 4)$

7. a) $x = \sqrt{a} \cdot b^2$

b) $x = \frac{a^3}{\sqrt[3]{b}}$

c) $x = \frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[3]{b}}$

d) $x = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$

e) $x = \frac{\sqrt[3]{a \cdot b}}{\sqrt{c}}$

f) $x = \frac{\sqrt[3]{a \cdot b}}{\sqrt{a+b}}$

g) $x = \sqrt{3\sqrt{3}\sqrt{3}}$

Logaritmické rovnice

V příkladech 1 až 4 určete podmínky řešitelnosti a pak řešte logaritmické rovnice.

1. a) $\log(x+1) - \log(x-1) = \log 4$
b) $\log(3x-1) - \log(2x+2) = -\log 2$
c) $\log(4x-2) - \log 3 = 1$
d) $\log(x+2) + \log(x-7) = 2 \log(x-4)$
e) $\log(x+4) + \log(x-2) = 2 \log(x+3)$
f) $\log(x+2) + \log(x-2) = 2 \log(x-2)$
2. a) $2 \log(x-2) = \log(14-x)$
b) $\log(x+13) - \log(x-3) = 1 - \log 2$
c) $\log(x+2) - \log(x-1) = 2 - \log 4$
d) $\log(7x+6) = 1 + \log(3x-4)$
e) $\frac{\log(2x+10)}{2} = \log(x+1)$
3. a) $\frac{\log 2}{\log(4x-15)} = 2$ b) $\frac{3+\log x}{2-\log x} = 4$
c) $\frac{1+\log x}{\log x} - \frac{1-\log x}{\log x} = 1$ d) $\log(x-2) + \log(x+2) = 2 \log(2-x)$

5. V oboru reálných čísel řešte danou rovnici. Zapište podmínky platnosti pro x .

- a) $\log x + \frac{16}{\log x} = -6$ b) $\log x + \frac{3}{\log x} = 4$
- c) $\frac{\log(x^2+12)}{\log(6-x)} = 2$ d) $\frac{\log(x^2+3)}{\log(x+3)} = 2$
- e) $\frac{1}{2} \log(3x+22) = \log(x-2)$ f) $\frac{1}{2} \log(2x+7) = \log(x-4)$

Výsledky:

1. a) $x = \frac{5}{3}; x > 1$

b) $x = 1; x > \frac{1}{3}$

c) $x = 8; x > \frac{1}{2}$

d) $x = 10; x > 7$

e) nemá řešení

f) nemá řešení

2. a) $x = 5; 2 < x < 14$

b) $x = 7; x > 3$

c) $x = \frac{9}{8}; x > 1$

d) $x = 2; x > \frac{4}{3}$

e) $x = 3; x > -1$

3. a) $x = 4, 1; x > \frac{15}{4}$

b) $x = 10; x > 0; x \neq 100$

c) nemá řešení

d) nemá řešení

4. a) $x = 10^{-8}; x = 2$ Podm.: $x > 0$

b) $x = 1000; x = 10$ Podm.: $x > 0$

c) $x = 4$ Podm.: $x < 6$ a $x \neq 5$

d) $x = -1$ Podm.: $x > -3$ a $x \neq 2$

e) $x = 9$ Podm.: $x > 2$

f) $x = 9$ Podm.: $x > 4$