

3.5 Kombinace

Urči, kolika způsoby je možné z 5 studentů vybrat dva zástupce do studentské rady (bez rozlišení funkce).

Vybíráme dvojice z 5 prvků (a, b, c, d, e),
kde se každý prvek objeví nejvýš jednou a **nezáleží na jejich pořadí**.

(a, b)	(a, c)	(a, d)	(a, e)
x	(b, c)	(b, d)	(b, e)
x	x	(c, d)	(c, e)
x	x	x	(d, e)

10 možností

$K_k(n)$ – k -členná kombinace z n prvků je neuspořádaná k -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

$$K_k(n) = \frac{V_k(n)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Výpočet předchozího příkladu pomocí vzorce:

$$K_2(5) = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = \underline{\underline{10}}$$

Př.: Vypočítej:

a) $K_3(6)$

c) $K_1(8)$

b) $K_5(20)$

d) $K_6(6)$

Př.: Urči, kolika způsoby může učitel tělocviku z 25 studentů vybrat tři, kteří odnesou pomůcky? $[K_3(25) = 2\,300]$

Př.: Urči, kolika způsoby může dopadnout rozdání čtyř mariášových karet na prší. Kompletní sada karet obsahuje 32 listů.? $[K_4(32) = 35\,960]$

Př.: Ve třídě je 14 chlapců a 17 dívek. Urči, kolika způsoby je možné vybrat ze třídy pětičlennou skupinu tak, aby obsahovala:

a) pět libovolných studentů třídy $[K_5(31) = 169\,911]$

b) právě tři dívky $[K_3(17) \cdot K_2(14) = 62\,380]$

c) alespoň čtyři chlapce $[K_4(14) \cdot K_1(17) + K_5(14) = 18\,019]$

Př.: Urči, kolika způsoby je možné vybrat z mariášových karet:

a) tři karty $[K_3(32) = 4\,960]$

b) tři karty červené barvy $[K_3(8) = 56]$

c) tři karty stejné hodnoty $[8 \cdot K_3(4) = 32]$

3.6 Počítání s kombinačními čísly

$$K_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Př.: Vypočítej:

a) $\binom{9}{7}$

d) $\binom{20}{18}$

b) $\binom{9}{2}$

e) $\binom{13}{12}$

c) $\binom{20}{2}$

f) $\binom{13}{1}$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{n} = 1$$

Př.: Vyjádři kombinační číslo pomocí zlomku:

a) $\binom{n+4}{2}$

c) $\binom{x+3}{5}$

b) $\binom{n-2}{4}$

d) $\binom{x-7}{3}$

Př.: Upravte kombinační číslo tak, aby “dole” nebyla proměnná a poté jej vyjádřete pomocí zlomku:

a) $\binom{n-7}{n-9}$

c) $\binom{2n-1}{2n+2}$

b) $\binom{n+4}{n-2}$

d) $\binom{x+2}{x-2}$

Př.: Řeš rovnici v R:

a) $\binom{x+1}{2} + \binom{x}{2} = 4$

$[K = \{2\}]$

b) $\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 1$

$[K = \{ \quad \}]$

c) $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{x-3} = 16$

$[K = \{5\}]$

d) $\binom{x-2}{x-4} + \binom{x-3}{x-5} = 16$

$[K = \{7\}]$