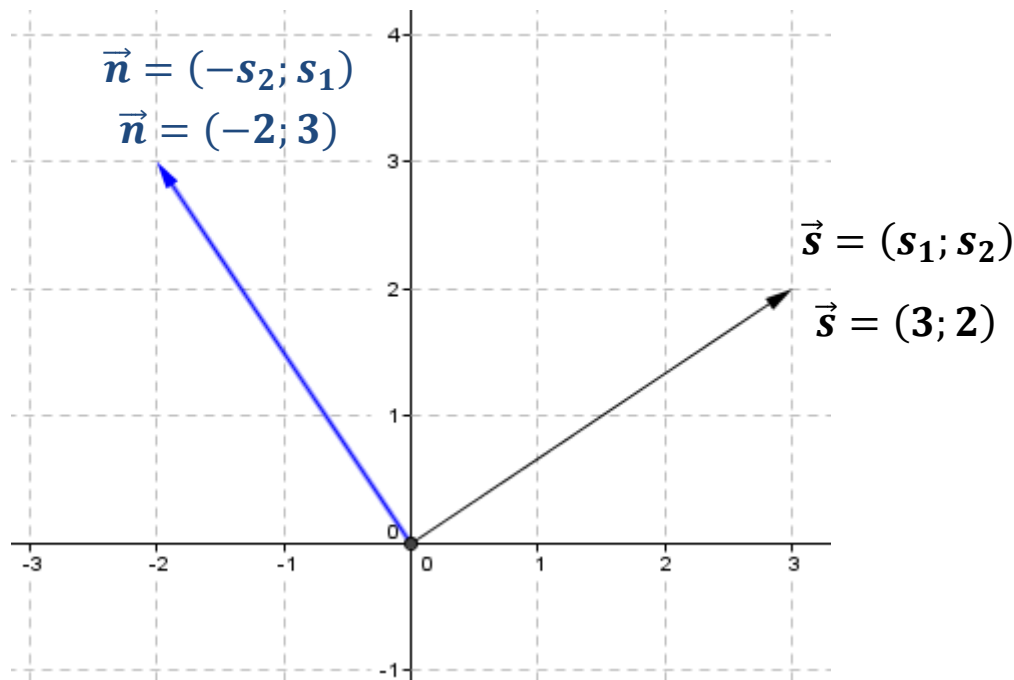


2.6.3 Obecná rovnice přímky

Vektor kolmý ke směrovému vektoru přímky nazýváme normálový. Pokud má směrový vektor souřadnice $\vec{s} = (s_1; s_2)$ pak normálový vektor má souřadnice $\vec{n} = (-s_2; s_1)$.



Př.: Urči souřadnice normálového vektoru přímky, je-li dáno:

- | | |
|--|------------------------|
| a) $\vec{s} = (6; 7)$ | $[\vec{n} = (-7; 6)]$ |
| b) $\vec{s} = (-1; 2)$ | $[\vec{n} = (-2; -1)]$ |
| c) $\vec{s} = (0; -5)$ | $[\vec{n} = (5; 0)]$ |
| d) $p \Leftrightarrow AB, A[-1; 1], B[2; -3]$ | $[\vec{n} = (4; 3)]$ |
| e) $q \Leftrightarrow RS, S[-4; -3], R[-1; 6]$ | $[\vec{n} = (-9; 3)]$ |

Mějme bod $A[a_1; a_2]$ a vektor $\vec{n} = (a; b)$, který je kolmý na přímku p , pak obecnou rovnici přímky p definujeme jako:

$$ax + by + c = 0$$

kde x, y jsou souřadnice libovolného bodu na přímce a vektor $\vec{n}$ nazýváme normálový.

- dvě obecné rovnice určují stejnou přímku právě tehdy, když jedna z nich je násobkem druhé.
- dvě přímky jsou rovnoběžné právě tehdy, když normálový vektor jedné je násobkem normálového vektoru druhé přímky.

Urči obecnou rovnici přímky procházející body $A[1; 3]$ a $B[4; -2]$.

$$ax + by + c = 0$$

Postup:

1. Určíme směrový vektor přímky $\leftrightarrow AB$: $\vec{s} = (s_1; s_2)$
2. Určíme normálový vektor přímky $\leftrightarrow AB$: $\vec{n} = (-s_2; s_1)$ – máme koeficienty a, b do obecné rovnice
3. Do obecné rovnice dosadíme souřadnice jednoho z bodů, které na přímce leží (A, B) a určíme poslední koeficient c v rovnici

$$1. \quad \vec{s} = B - A = (4 - 1; -2 - 3)$$

$$\vec{s} = (3; -5)$$

$$2. \quad \vec{n} = (-s_2; s_1)$$

$$\vec{n} = (5; 3) \quad \rightarrow \quad 5x + 3y + c = 0$$

$$3. \quad 5x + 3y + c = 0 \quad \rightarrow \quad A \in p: 5 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + c = 0$$

$$5 + 9 + c = 0$$

$$c = -14 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{5x + 3y - 14 = 0}}$$

Př.: Urči obecnou rovnici přímky, je-li dáno:

$$a) \quad p \leftrightarrow AB; A[3; -2] \text{ a } B[-1; 4] \quad [p: 3x + 2y - 5 = 0]$$

$$b) \quad q \leftrightarrow CD; C[-5; 1] \text{ a } D[0; 6] \quad [q: x - y + 6 = 0]$$

Urči obecnou rovnici přímky p, která má parametrické vyjádření $p: x = 4 - 2t; y = 1 + 4t, t \in \mathbb{R}$.

ze soustavy rovnic odstraníme parametr t:

$$x = 4 - 2t \quad / \cdot 2$$

$$\underline{y = 1 + 4t}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x = 8 - 4t \\ \underline{y = 1 + 4t} \end{array} \right\} +$$

$$\underline{\underline{p: 2x + y - 9 = 0}}$$

Př.: Urči obecnou rovnici přímky, je-li dáno:

$$a. \quad u: x = 3 - t; y = 5 + 2t, t \in \mathbb{R} \quad [u: 2x + y + 11 = 0]$$

$$b. \quad v: x = -2t; y = 6 + 3t, t \in \mathbb{R} \quad [p: 3x + 2y - 12 = 0]$$

Napiř parametrické vyjádření přímky $p: 4x - y + 2 = 0$

Postup:

4. Určíme normálový vektor přímky $\vec{n} = (a; b)$
5. Určíme směrový vektor přímky $\vec{s} = (-b; a)$
6. Najdeme bod na přímce (jednu souřadnici určíme a druhou dopočítáme)
7. Zapiřeme parametrické vyjádření přímky

1. $\vec{n} = (a; b) = (4; -1)$

2. $\vec{s} = (-b; a) = (1; 4)$

3. $A[0; y] \in p: 4x - y + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 4 \cdot 0 - y + 2 = 0$

$$y = 2 \quad \rightarrow \quad A[0; 2]$$

4. $p: x = t; y = 2 + 4t, t \in R.$

Př.: Urči parametrické vyjádření přímky:

a. $u: 2x + y - 1 = 0$

$$[u: x = 1 + t; y = -1 - 2t, t \in R]$$

b. $v: x - 3 = 0$

$$[v: x = 3; y = t, t \in R]$$

Obecná rovnice přímky – příklady

1. Urči obecnou rovnici přímky p s normálovým vektorem $\vec{n}$, která obsahuje bod A, pokud je:
 - a. $A[1; -2]; \vec{n} = (3; -1)$
 - b. $A[0; 5]; \vec{n} = (-2; 4)$
2. Parametrické vyjádření přímky převed' na obecnou a naopak:
 - a. $p: x = 1 - t; y = 3 + 4t, t \in R$
 - b. $q: x = 3 - t; y = 2, t \in R$
 - c. $k: x + 2y - 5 = 0$
3. Urči obecnou rovnici přímky, pro kterou platí:
 - a. $K \in k; K[2; 3]$ a $k \parallel l$, kde $l: x - 3y + 2 = 0$
 - b. $P \in p; P[1; 3]$ a $p \parallel q$, kde $q: 2x + y - 1 = 0$
4. Urči vzájemnou polohu přímek:
 - a. $p: 2x - y + 1 = 0; q: 3x + 2 = 0$
 - b. $p: -x + y = 0; q: 2x - 2y = 0$
 - c. $p: 3x - y + 1 = 0; q: 6x - 2y + 1 = 0$
5. Urči obecnou rovnici přímky, která prochází bodem Q a je kolmá k přímce p :
 - a. $Q[1; -3]; p: -x + 3y - 2 = 0$
 - b. $Q[2; 5]; p: x = 2 + 3t; y = -t, t \in R$
6. Napište obecnou rovnici přímky:
 - a. která prochází bodem $A[2; 1]$ a je kolmá k vektoru $\vec{n} = (7; 2)$
 - b. která prochází bodem $A[3; -2]$ a je rovnoběžná s osou y
 - c. jestliže přímka je dána parametrickým vyjádřením $c: x = -3 + 5t; y = 1 - 4t, t \in R$
 - d. je-li přímka dána body $A[-3; 7]$ a $B[5; -2]$
 - e. která je kolmá k přímce $q: 3x - 2y + 2 = 0$ a prochází bodem $A[4; -1]$

Řešení:

- | | | |
|---|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. <ol style="list-style-type: none"> a. $p: 3x - y - 5 = 0$ b. $p: x - 2y + 10 = 0$ 2. <ol style="list-style-type: none"> a. $p: 4x + y - 7 = 0$ b. $q: y - 2 = 0$ c. $k: x = t; y = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}t, t \in R$ | <ol style="list-style-type: none"> 3. <ol style="list-style-type: none"> a. $l: x - 3y + 7 = 0$ b. $p: 2x + y - 5 = 0$ 4. <ol style="list-style-type: none"> a. různoběžky, kde $P\left[-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right]$ b. $p = q$ c. rovnoběžky | <ol style="list-style-type: none"> 5. <ol style="list-style-type: none"> a. $p: 3x + y = 0$ b. $p: x + 3y - 17 = 0$ 6. <ol style="list-style-type: none"> a. $a: 7x + 2y - 16 = 0$ b. $b: y + 2 = 0$ c. $c: 4x + 5y + 7 = 0$ d. $d: 9x + 8y - 29 = 0$ e. $e: 2x + 3y - 5 = 0$ |
|---|--|---|