

1.2 Objemy a povrchy mnohostěnů

Objem tělesa (V) = kladné reálné číslo přiřazené tělesu tak, že platí:

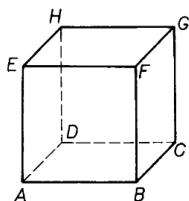
Shodná tělesa mají shodné objemy.

Jestliže je těleso složeno z několika nepronikajících se těles, je jeho objem roven součtu objemů těchto těles.

Objem krychle, jejíž hrana má délku 1 (m, cm...), je roven 1 (m^3 , cm^3 ...).

Povrch tělesa (S) = obsah jeho hranice (sítě).

Krychle



$$V = a^3$$

$$S = 6a^2$$

Př.: Vypočítej délku hran krychlí, jejichž objemy jsou $125cm^3$ a $54m^3$. [5 cm a $3\sqrt[3]{2}$ m]

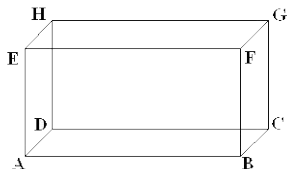
Př.: Je dána krychle s hranou délky 8 mm. Urči délku hrany krychle, která má vzhledem k původní krychli dvojnásobný

a) objem [10,1 mm]

b) povrch [11,3 mm]

Př.: Prodloužíme-li délku hrany krychle o 5cm, zvětší se její objem o $485 cm^3$. Urči povrch původní i zvětšené krychle. [8 cm a 13 cm]

Kvádr



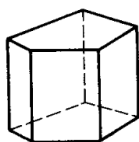
$$V = abc$$

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

Př.: Jakou hmotnost má zinkový plech tvaru obdélníku o rozměrech $a = 1$ m, $b = 75$ cm, je-li jeho tloušťka 2 mm? Hustotu zinku vyhledej v tabulkách. [11 kg]

Př.: Kolik m^2 materiálu se spotřebuje na ohrazení skládky tvaru kvádru se čtvercovou podstavou, má-li být objem vzniklého prostoru $540 m^3$ a výška ohrady 1,8 m? Počítej 7 % materiálu na spoje a odpad. [133 m^2]

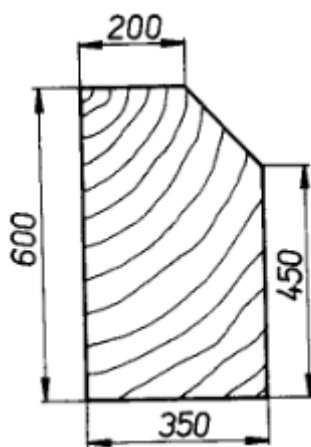
Hranol



$$V = S_p \cdot v$$

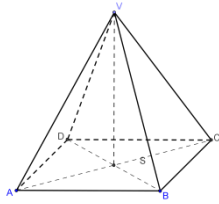
$$S = 2S_p + S_{pl}$$

- Př.: Urči objem a povrch pravidelného šestibokého hranolu s délkou hrany 2 dm a výškou 5 dm.*
[52 dm³; 81 dm²]
- Př.: Vypočítej výšku kolmého trojbokého hranolu s objemem 200 cm³, jehož podstavné hrany mají délky 4 cm, 10 cm a 12 cm.*
[3 cm]
- Př.: Dřevěný trám, jehož průřez je na obrázku, má objem $V = 1,59 \text{ m}^3$. Vypočítejte délku trámu v metrech, jsou-li údaje na obrázku v mm.*
[8 m]



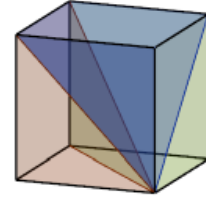
- Př.: Kolik m³ zeminy je třeba přemístit při výkopu přímého 170 m dlouhého a 80 cm hlubokého vodního příkopu, jehož průřez má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami délek 150 cm a 90 cm?*
[163 m³]
- Př.: Vypočti objem a povrch pravidelného šestibokého hranolu, který má délku hrany 50 cm a výšku hrany 8 dm.*
[1 039 200 cm³, 49 980 cm²]

Jehlan



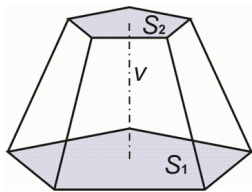
$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$S = S_p + S_{pl}$$



- Př.: Kolik kg obilí se vejde do nasyvky tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu o délce hrany 2,5 m a výšce 140 cm, když jeden litr obilí váží 750 g? [2 190 kg]*
- Př.: Věž kostela široká 3 m je pokrytá plechovou střechou ve tvaru pravidelného šestibokého jehlanu s výškou 2,1 m. Kolik Kč bude stát barva na její natření, pokud plechovka za 52 Kč vystačí na 2,4 m²? [364 Kč]*
- Př.: Cheopsova pyramida je vysoká 145 m. Podstavou je čtverec o straně 232,7 m.*
- urči poměr obsahu podstavy pyramidy a kruhu, jehož poloměr se rovná výšce pyramidy (tento poměr je u každé egyptské pyramidy stejný) [0,82]*
 - kolik tun kamene je v pyramidě ($\rho = 2,7 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$)? [7 066 482,345 t]*
 - jak vysoká by byla zeď tlustá 60 cm, vystavěná ze zdiva této pyramidy kolem České republiky, měří-li hranice České republiky 2 303 km? [1,9 m]*

Komolý jehlan



$$V = \frac{1}{3} v (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$$

- Př.: Betonový základ pro elektrický stožár se skládá ze dvou pravidelných čtyřbokých hranolů, pravidelného čtyřbokého jehlanu a pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu (viz obr. rozměry v cm). Vypočítej jeho hmotnost, je-li hustota betonu $\rho = 2,2 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$. [48,224 t]*

