

4 Pravděpodobnost

4.1 Základní pojmy

Náhodné pokusy:

- hod hrací kostkou,
- hod mincí,
- sejmутí karty z balíčku,
- losování sportky,
- měření rychlosti molekul vzduchu,
- testování účinnosti nového léku,
- zkoumání výnosů nové plodiny,
- pokus o umělé oplodnění (vlastně i oplodnění přirozenou cestou).

Pokusy, které nelze považovat za náhodné:

- zřívování fenolftaleinu v zásaditém prostředí,
- zapálení sirky vhozené do ohně,
- zřívování auta, které narazí v plné rychlosti do stěny.

Množina všech možných výsledků pokusu Ω (omega)

Př.: Urči množinu všech možných výsledků při následujících náhodných pokusech:

- a) hod klasickou hrací kostkou $[\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}]$
- b) hod mincí $[\Omega = \{\text{panna}, \text{orel}\}]$
- c) sejmутí karty na začátku hry (vyšší vyhrává, mariášové karty)
 $[\Omega = \{7, 8, 9, 10, \text{spodek}, \text{filek}, \text{král}, \text{eso}\}]$

Mějme dvě mince a jednou jimi hodme:

- | | | |
|---|---|--------------------|
| - jev: padne alespoň jedna panna nebo alespoň jeden orl | → | jistý jev |
| - jev: padnou tři orli | → | nemožný jev |
| - jev: padnou dva orli x nepadnou dva orli | → | opačné jevy |

Př.: Osudí obsahuje čtyři barevné koule: bílou, řívovou, zelenou, a modrou. Při pokusu náhodně najednou vytáhneme z osudí dvě koule.

- a) Sestav množinu Ω (množinu všech možných výsledků pokusu)
$$\Omega = \{(B, F); (B, Z); (B, M); (F, Z); (F, M); (Z, M)\}$$
- b) Najdi výsledky příznivé jevu M (tažena modrá koule) a B (tažena bílá koule)
$$\{(B, M); (F, M); (Z, M)\}; \{(B, F); (B, Z); (B, M)\}$$
- c) Urči jevy $M \cap B$ a $M \cup B$
$$M \cap B = \{(B, M)\}; M \cup B = \{(B, M); (F, M); (Z, M); (B, F); (B, Z)\}$$
- d) Urči jeden jistý jev a jeden nemožný jev
- e) Urči dvojici opačných jevů

4.2 Pravděpodobnost

Př.: Jaká je pravděpodobnost, že při hodu mincí padne

a) orel

$$P(O) = \frac{1}{2} = 0,5 \qquad 0,5 \cdot 100 = 50\%$$

b) panna

$$P(P) = \frac{1}{2} = 0,5 \qquad 0,5 \cdot 100 = 50\%$$

c) panna nebo orel

$$P(P \vee O) = \frac{2}{2} = 1 \qquad 1 \cdot 100 = 100\% \qquad \text{jistý jev}$$

V pokusu, jehož všechny výsledky jsou stejně pravděpodobné, je pravděpodobnost jevu A rovna

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu A}}{\text{počet všech výsledků}}$$

Př.: Urči pravděpodobnost, že u hrací kostky

a) padne 6

$$\left[\frac{1}{6} = 0,17 \right]$$

b) padne liché číslo

$$\left[\frac{1}{2} = 0,5 \right]$$

c) padne číslo větší než 2

$$\left[\frac{2}{3} = 0,67 \right]$$

d) nepadne 4

$$\left[\frac{5}{6} = 0,87 \right]$$

e) padne prvočíslo

$$\left[\frac{3}{6} = 0,5 \right]$$

Př.: Ve velké počítačové firmě během jednoho roku selhalo z 22 400 harddisků 739. Jaká je pravděpodobnost selhání disku? [0,033]

Př.: V roce 2007 se v České republice narodilo 114 632 dětí z toho 58475 chlapců. Urči pravděpodobnost narození chlapce v ČR. [0,51]

Př.: Urči pravděpodobnost sejmutí esa při snímání mariášových karet. [0,125]

Př.: Urči pravděpodobnost výhry v 1. pořadí ve sportce. (táhne se 6 čísel z 49)

$$\left[\frac{1}{\binom{49}{6}} \doteq 0,000\,000\,072 \right]$$

Př.: V osudí je 5 modrých, 2 zelené a 3 červené koule. Koule jsou náhodně taženy a po určení barvy zase vráceny do osudí.

- a) urči pravděpodobnost vytažení modré koule $\left[\frac{5}{10}\right]$
- b) urči pravděpodobnost vytažení zelené koule $\left[\frac{2}{10}\right]$
- c) urči pravděpodobnost vytažení červené koule $\left[\frac{3}{10}\right]$
- d) urči pravděpodobnost nevtažení zelené koule $\left[\frac{8}{10}\right]$

Př.: Maturita z matematiky má 60 okruhů. Dan se vůbec nenaučil na 6 z nich. Při zkoušce si losuje dva okruhy.

- a) Urči pravděpodobnost, že si vylosuje pouze okruhy, které umí. $\left[\frac{\binom{54}{2}}{\binom{60}{2}} = 0,808\right]$
- b) Urči pravděpodobnost, že si vylosuje pouze okruhy, které neumí. $\left[\frac{\binom{6}{2}}{\binom{60}{2}} = 0,008\right]$
- c) Urči pravděpodobnost, že jeden z vylosovaných okruhů umí a druhý ne. $\left[\frac{\binom{54}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{60}{2}} = 0,183\right]$

Př.: Urči pravděpodobnost výhry ve čtvrtém pořadí ve sportce. Při výhře ve čtvrtém pořadí jsou čtyři čísla ze šesti zaškrtnutých na sázence mezi šesti čísly vylosovanými při tahu (dodatkové číslo nehraje roli).

$$\left[\frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{49}{6}} = 0,000\,969\right]$$

Př.: Urči pravděpodobnost, že při hodu třemi stejnými mincemi padne:

- a) dvakrát líc a jednou rub $\left[\frac{3}{8}\right]$
- b) třikrát líc $\left[\frac{1}{8}\right]$
- c) na všech mincích stejná strana $\left[\frac{1}{4}\right]$

Př.: Urči pravděpodobnost, se kterou padne při hodu dvěma kostkami:

- a) součet 7 $\left[\frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,167\right]$
- b) součet 8 $\left[\frac{5}{36} = 0,139\right]$

Př.: Urči pravděpodobnost, že ve třech hodech po sobě hodíš 6. $\left[\frac{1}{6^3} \doteq 0,004\,6\right]$

Př.: Urči pravděpodobnost, že během pěti hodů kostkou nehodíš ani jednou šestku. $\left[\frac{5^5}{6^5} \doteq 0,402\right]$